『総合政策論叢』第4号（2003年2月）
島根県立大学 総合政策学会

マルクスの経済成長モデルと動学的転形問題

張　　忠 任

目　次

はじめに

転形問題（The Transformation Problem）は、学説史上一つのパズルのような地位を占めている。数学的転形モデルの提起は、1907年のボルトキェヴィッチ（L. von. Bortkiewicz）による代数的手法の開発から始まったが、この問題をめぐって世界的大論争が二度起こり、現在もその研究が衰えることなく続けられている。この問題の難点は、価値の生産価格への転化後、総計一致の2命題は両立するのかどうかということにある。拙論により、ボルトキェヴィッチの提起した転形問題が解明されているが[1]、ミーク（R. L. Meek）によると、マルクスは自分のいう価値の価格への論理的転形が、ある実際の歴史的転形の「修正された映像」であるという見解を持ち続けてきたのだという主張も、また正しいと思えるのである。彼は、マルクスの「価値どおりの、またはほぼ価値どおりの、諸商品の交換は、資本主義的発展の一定の高さを必要とする生産価格での交換に比べれば、それよりもずっと低い段階を必要とするのである。・・・価値法則による価格や価格運動の支配は別としても、諸商品の価値を単に理論的にだけではなく、歴史的にも生産価格の先行者とみなすということはまったく適切なものである」という考え方に留意した[2]。シートン（F. Seton）は、ミークのマルクスへの指摘を受けて、マルクス主義の考え方に従うならば、価値の価格への転形は単に理論的な過程であるにとどまらず、同時に歴史的な過程でもあると述べた[3]。

こうしてみれば、ボルトキェヴィッチの提起した転形問題は、転形の形成過程が完成した後の静学的転形だといえる。これに対して、ミークなどが注目した転形の歴史的な過程は、動学的転形問題と考えられる。なお、動学的転形は静学的転形とは緊密不可分の関係にある。動学的転形は生産価格の形成過程であるが、静学的転形は動学的転形完成後の当年の生産価格と価値との関係である。

この動学的転形過程は再生産過程において完成されなければならないものであり、動学的転形問題を解明するためには、まずマルクスの再生産理論を再認識し、再生産表式を正

確にモデル化する必要がある。というのは、マルクスの再生産理論は数多く研究されてきたが、まだ十分に理解されているとは言い難いからである。

小論は、マルクスの再生産理論を正確に表示できる数学的モデルを提示したうえで、生産価格を特殊な市場価値として認識して、動学的転形モデルの構築を試みるものである。

なお、小論も経済理論学会第49回大会報告要旨「マルクスの経済成長モデルと動学的転形問題」、および大会当日配付資料をベースに、大会当日諸先生方にいただいたご質問やアドバイスを参考にして、さらに研究を進めた結果をまとめたものである。

１．再生産表式の均衡条件とモデル化

『資本論』第Ⅱ巻におけるマルクスの２大部門の再生産表式は、周知のとおり、

$$\begin{cases} \text{I}: c+v+m = w \\ \text{II}: c+v+m = w \end{cases} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}1)$$

という式で表されている。それを現代的表記で書き直すと、次のようになる。

$$\begin{cases} c_1^{(t)}+v_1^{(t)}+m_1^{(t)} = w_1^{(t)} \\ c_2^{(t)}+v_2^{(t)}+m_2^{(t)} = w_2^{(t)} \end{cases} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}2)$$

ここで、$c_i^{(t)}$、$v_i^{(t)}$、$m_i^{(t)}$ および $w_i^{(t)}$ は、それぞれ第 i ($i = 1, 2$) 部門の不変資本、可変資本、剰余価値および産出総額を示し、t は第 t 年のことである。

単純再生産の均衡条件である Ⅰ$(v+m) =$ Ⅱc では、t 年目と $t+1$ 年目との関係が曖昧であり、$v_1^{(t)}+m_1^{(t)} = c_2^{(t)}$ と理解されるのが普通である。しかし、負の成長率を考慮すれば、それを $v_1^{(t)}+m_1^{(t)} = c_2^{(t)} = c_2^{(t+1)}$ に補正する必要があると考えられる。

$v_1^{(t)}+m_1^{(t)} = c_2^{(t+1)}$ のもとでは、拡大再生産が不可能であるのに対して、$v_1^{(t)}+m_1^{(t)} = c_2^{(t)}$ の条件では、必ずしもそうではない。例えば、負の成長率を認めると、表１に見るとおり、$v_1^{(0)}+m_1^{(0)} = c_2^{(0)}$ のもとで、拡大再生産も実現できる。

表１　$v_1^{(0)}+m_1^{(0)} = c_2^{(0)}$ に基づく拡大再生産の数値例

	年	c	v	m	w	成長率 g
Ⅰ部門	0	4,000	1,000	1,000	6,000	
	1	4,160	1,040	1,040	6,240	4.00%
	2	4,326	1,082	1,082	6,490	4.00%
Ⅱ部門	0	2,000	500	500	3,000	
	1	1,840	460	460	2,760	-0.08%
	2	1,914	478	478	2,870	4.00%

次に、マルクスの拡大再生産の均衡条件を検討しよう。追加記号については、k_i ($k_1 \neq k_2$ とする[4)]) は第 i 部門の資本の有機的構成であり、$\varDelta c_i^{(t)}$、$\varDelta v_i^{(t)}$ は、それぞれ第 i 部門の追加不変資本、追加可変資本、$\alpha_i^{(t)}$ は、第 i 部門の剰余価値からの蓄積率を表す。剰余価値率（搾取率）を e で表し、またマルクスと同様に各部門のそれが等しいと仮定する。

マルクスの拡大再生産の均衡条件は

$$\mathrm{I}\left(v+\varDelta v+\frac{m}{x}\right) = \mathrm{II}\,(c+\varDelta c) \qquad \cdots\cdots(1\text{-}3)$$

であるが、小論の記号を用いて書き直すと、

$$v_1^{(t+1)}+(1-\alpha_1)m_1^{(t)} = c_2^{(t-1)} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}4)$$

となる。式（1-4）を整理すると、

$$c_2^{(t+1)} = w_1^{(t)}-c_1^{(t+1)} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}5)$$

となる[5]。

表２　２大部門の産業連関表

部　門	I	II	可変資本	剰余価値	総 価 値
I	c_1	0	v_1	m_1	w_1
II	c_2	0	v_2	m_2	w_2
最終需要	y_1	y_2			
総 産 出	w_1	w_2			

また、式（1-5）を産業連関表の視角から見れば、その実質を解明することができる。サムエルソン［1957］による２大部門の産業連関表（表２）のもとで、両大部門の最終需要 y_1、y_2 は、それぞれ明らかに

$$\begin{cases} y_1 = w_1^{(t)}-(c_1^{(t)}+c_2^{(t)}) = \varDelta c_1^{(t)}+\varDelta c_2^{(t)} \\ y_2 = v_1^{(t)}+\varDelta v_1^{(t)}+v_2^{(t)}+\varDelta v_2^{(t)}+(1-\alpha_1)m_1^{(t)}+(1-\alpha_2)m_2^{(t)} \end{cases} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}6)$$

となる。よって

$$y_1+y_2 = v_1^{(t)}+v_2^{(t)}+m_1^{(t)}+m_2^{(t)} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}7)$$

を得る。

$y_1+y_2 = v_1^{(t)}+v_2^{(t)}+m_1^{(t)}+m_2^{(t)}$ の左辺は、いわゆる支出面のことで、右辺は分配面のことである。すなわち、マルクスの拡大再生産の均衡条件は、「三面等価の法則」を示したものに過ぎない。

式（1-6）から、

$$y_1+y_2 = \varDelta c_1^{(t)}+\varDelta c_2^{(t)}+v_1^{(t)}+\varDelta v_1^{(t)}+v_2^{(t)}+\varDelta v_2^{(t)}+(1-\alpha_1)m_1^{(t)}+(1-\alpha_2)m_2^{(t)}$$

も得られる。これを式（1-7）に合わせて変形すると、容易に次式が得られる。

$$\varDelta c_1^{(t)}+\varDelta c_2^{(t)}+\varDelta v_1^{(t)}+\varDelta v_2^{(t)} = \alpha_1 m_1^{(t)}+\alpha_2 m_2^{(t)} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}8)$$

それは、すなわち投資＝貯蓄の法則である。

こうしてみれば、価値関係を抽象的２大部門ではなく任意の n 部門にして一般的な産業連関表のように表すと、マルクスの拡大再生産の均衡条件は

$$\sum_{i=1}^{n}(\varDelta c_i^{(t)}+\varDelta v_i^{(t)}) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i m_i^{(t)} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}9)$$

に一般化できる[6]。

マルクスの拡大再生産表式では、明らかに

$$(1+k_i)\varDelta v_i^{(t)} = \varDelta c_i^{(t)}+\varDelta v_i^{(t)} = \alpha_i^{(t)}m_t^{(t)} = e\alpha_i^{(t)}v_t^{(t)} \qquad \cdots\cdots(1\text{-}10)$$

が成立する。よって

$$\frac{\Delta v_i^{(t)}}{v_t^{(t)}} = \frac{\Delta c_i^{(t)}}{c_i^{(t)}} = \frac{e\alpha_i^{(t)}}{1+k_i} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}11)$$

を得る。

そこで、両部門の成長率 g_i $(i = 1,\ 2)$ と社会総生産物の成長率 g は

$$g_i = \frac{\Delta w_i^{(t)}}{w_t^{(t)}} = \frac{e\alpha_i^{(t)}}{1+k_i}\ (i = 1,\ 2),\ g = \frac{\Delta w^{(t)}}{w^{(t)}} = \frac{e\alpha^{(t)}}{1+k} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}12)$$

となる。したがって、

$$w_i^{(t+1)} = \Big(1+\frac{e\alpha_i^{(t)}}{1+k_i}\Big)w_i^{(t)}\ (i = 1,\ 2),\ w^{(t+1)} = \Big(1+\frac{e\alpha^{(t)}}{1+k}\Big)w^{(t)} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}13)$$

が得られる[7]。

マルクスの拡大再生産表式による成長過程は、第I部門の蓄積率が外生変数（$\alpha_1^{(t)}$ は不変であるとする）として仮定され、すなわち経済成長が第I部門に主導されるとされている。この成長過程は実に

$$w_1^{(t+1)} = \Big(1+\frac{e\alpha_1}{1+k_1}\Big)w_1^{(t)} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}14)$$

を用いて示すことができる。さらに、$c_i = \dfrac{w_i}{1+\dfrac{1}{k_i}+\dfrac{e}{k_i}}$ の関係を用いて、式（1-5）を

$$\frac{w_2^{(t+1)}}{1+\dfrac{1}{k_2}+\dfrac{e}{k_2}} = w_1^{(t)} - \frac{w_2^{(t+1)}}{1+\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{e}{k_1}} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}15)$$

に書き直すことができる。式（1-14）と式（1-15）を合わせると、マルクスの経済成長モデルが得られる。行列表記を用いて書き直せば以下の式に変形することができる[8]。

$$\begin{bmatrix} w_1^{(t+1)} \\ w_2^{(t+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{e\alpha_1}{1+k_1} & 0 \\ \Big(1+\dfrac{1+e}{1+k_2}\Big)\Big(1-\dfrac{1+k_1+e\alpha_1}{2+e+k_1}\Big) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{w_1^{(t)}}{w_2^{(t)}} \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots (1\text{-}16)$$

2．自動調整問題および動学的転形モデル

森嶋（1973）には動学的転化問題に関する1章が含まれるが、価値の生産価格への転化問題ではなかった[9]。小論での動学的転形問題は、価値の生産価格への転化問題であり、静学的転形問題の続編として展開している。

『資本論』第II巻第21章の例1の2では、両部門の成長率は1年目には異なるが、2年目からは一致するように調整されている。つまり、マルクスの拡大再生産過程には、非斉一成長の状態を斉一成長に自動的に調整できるという機能が見られる（表3参照）[10]。

表３　自動調整の数値例

	年	c	v	m	w	成長率 g（%）
Ⅰ部門	0	4,000	1,000	1,000	6,000	
	1	4,400	1,100	1,100	6,600	10.00
	2	4,840	1,210	1,210	7,260	10.00
Ⅱ部門	0	1,500	750	750	3,000	
	1	1,600	800	800	3,200	6.70
	2	1,760	880	880	3,520	10.00
社会総生産物	0	5,500	1,750	1,750	9,000	
	1	6,000	1,900	1,900	9,800	8.90
	2	6,660	2,090	2,090	10,780	10.00

ところが、この数値例を式（2-1）のようにデータを置き換えると[11]、次のような結果となる。

３つのパターンでは、初期年のデータが異なるにもかかわらず、翌年の成長結果が同じようになる。つまり、第Ⅱ部門のデータを置き換えても、再生産の結果が変わらないのである。

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{(A)} & \begin{array}{ll} \text{I} & 4000c+1000v+1000m=6000w \\ \text{II} & 1500c+750v+750m=3000w \end{array} \\
\\
\text{(B)} & \begin{array}{ll} \text{I} & 4000c+1000v+1000m=6000w \\ \text{II} & 1400c+700v+700m=2800w' \end{array} \\
\\
\text{(C)} & \begin{array}{ll} \text{I} & 4000c+1000v+1000m=6000w \\ \text{II} & 1455c+727v+727m=2909w'' \end{array}
\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (2\text{-}1)
$$

第Ⅱ部門において、(A）の場合、91の価値が実現できなかったのに対して、(B）の場合、109の水増しを見せる。このような特異な現象をどう認識すればいいのか。(A）の場合の3000から2909への目安でも、(B）の場合の2800から2909への目高でも、市場価値のような作用が機能しているのであろう。この現象こそ、「総生産物に関して効力を現す価値の法則」[12] であろう。各部門の労働投入が均衡状態から乖離することによって、市場価値になり、乖離の程度はちょうど平均利潤率が形成されることこそ、生産価格の形成ではないか。この意味において、生産価格は市場価値の特殊ケースではないかと考えられる。こうしてみれば、動学的転形は、価値から生産価格への形成過程として、市場価値の価値からの乖離を通じて描くことができると思われる（図１参照)。

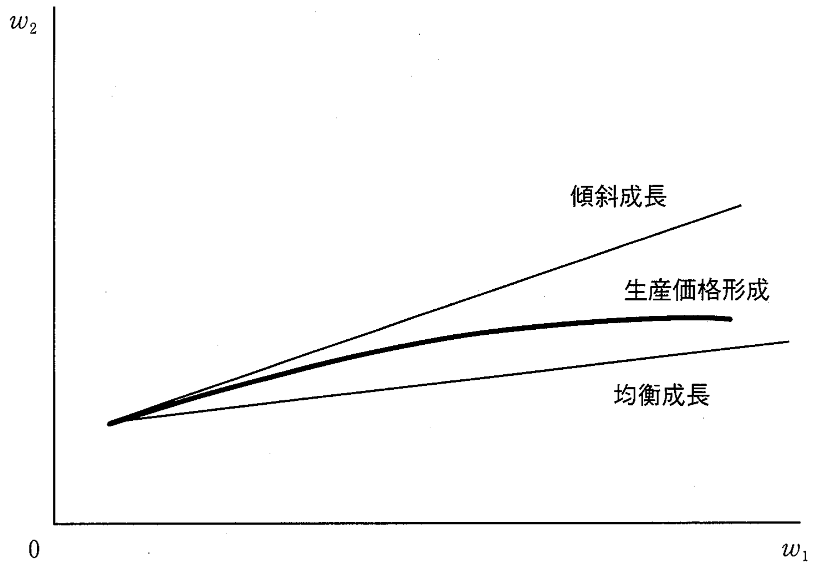

図1　2部門転形の動的プロセスの軌跡

価値の実現を通して平均利潤率ができるように両大部門に傾斜成長をさせるという考え方に基づいて、以下の2大部門の動学的転形モデル式(2-2)を構築することができる。

$$\begin{cases} (w_1+w_2)\beta^t-w_1\left(1+\dfrac{e\alpha_1}{1+k_1}\right)^t-w_2\left(1+\dfrac{e\alpha_2}{1+k_2}\right)^t=0 \\ \dfrac{\beta^t w_1}{(c_1+v_1)\left(1+\dfrac{e\alpha_1}{1+k_1}\right)^t}=r \\ \dfrac{\beta^t w_2}{(c_2+v_2)\left(1+\dfrac{e\alpha_2}{1+k_2}\right)^t}=r \\ c_1\left(1+\dfrac{e\alpha_1}{1+k_1}\right)^t+c_2\left(1+\dfrac{e\alpha_2}{1+k_2}\right)^t-w_1\left(1+\dfrac{e\alpha_1}{1+k_1}\right)^{t-1}=0 \end{cases} \quad \cdots\cdots (2\text{-}2)$$

連立方程式(2-2)では、未知数は蓄積率α_1、α_2、平均利潤率rおよび時間tである。βは、外生変数であり$(1+g)$に相当する[13)]。なお、$1\leq\beta\leq\dfrac{w_1}{c_1}$であり、$\beta=1$の場合、単純再生産のことを意味する。各方程式の意味については、第1の方程式はt年後両大部門の傾斜成長による価値総額を均衡成長率による価値総額に一致させるためのものであるが、調整者が第I部門に限られるという問題点を克服して、両部門の調整機能を導入している。第2と第3の方程式はt年後傾斜成長のもとで平均利潤率を形成させるものであり、第4の方程式は実に前述したマルクス拡大再生産の均衡条件式(1-5)の変形式である。

動学的転形モデル式(2-2)を解きやすくするために、

$$\beta_i=1+\frac{e\alpha_i}{1+k_i}\quad(i=1,\ 2)$$

とし、第2および第3の方程式を一つにすると(rを相殺するため)、式(2-2)を

$$
\begin{cases}
w_1\beta_1^t + w_2\beta_2^t - (w_1+w_2)\beta^t = 0 \\
w_2(c_1+v_1)\beta_1^t + w_1(c_2+v_2)\beta_2^t = 0 \\
c_1\beta_1^t - w_1\beta_1^{t-1} + c_2\beta_2^t = 0
\end{cases}
\qquad \cdots\cdots (2\text{-}3)
$$

に書き直すことができる。なお、式（2-2）における未知数のα_1、α_2は、式（2-3）における未知数のβ_1、β_2に含まれることになった（β_1とβ_2の解から容易にα_1、α_2の解が得られる）。表3のデータを例に、$\beta = 1.06$（$0 \le \beta \le 1.\dot{0}\dot{9}$）にして式（2-2）の解を解くと、

$$\beta_1 = 1.0588、\beta_2 = 1.0622、t = 32.7491$$

となり、また平均利潤率$r = 0.24$が得られる[14)]。

すなわち、両部門はそれぞれ5.88%、6.22%の成長率で傾斜的に伸び、約33年経て、均衡成長率6.0%のもとで価値の実現が行われると、$24.\dot{4}$%の平均利潤率が実現できる。

また、式（2-3）では、実際にはβ_1は選択できる外生変数βと関係なく

$$\beta_1 = \frac{w_1}{c_1 + \dfrac{(c_1+v_1)w_2}{(c_2+v_2)w_1}c_2}$$

により決定されたものである。βがβ_1に近ければ近いほど、tは大きくなる。例えば、βを1.0589にする場合、tは503.57になる。

2大部門の動学的転形モデル式（2-2）が多部門に一般化することができる[15)]。しかし、式（2-2）には、費用価格の生産価格化という過程が含まれていない。費用価格における価値と生産価格の乖離がもたらす生産価格への影響を考慮すると、式（2-2）を次のように補足することができる。

$$
\begin{cases}
\dfrac{\beta^t w_1}{\left(c_1\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t} + v_1\dfrac{\beta^t}{\lambda^t}\right)\beta_1^t} = \dfrac{w_1\beta_1^t + w_2\beta_2^t}{(c_1+v_1)\beta_1^t + (c_2+v_2)\beta_2^t} \\
\dfrac{\beta^t w_1}{\left(c_1\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t} + v_1\dfrac{\beta^t}{\lambda^t}\right)\beta_1^t} = \dfrac{\beta^t w_2}{\left(c_2\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t} + v_2\dfrac{\beta^t}{\lambda^t}\right)\beta_2^t} \\
(w_1+w_2)\beta^t - w_1\beta_1^t - w_2\beta_2^t = 0 \\
c_1\beta_1^t + c_2\beta_2^t - w_1\beta_1^{t-1} = 0
\end{cases}
\qquad \cdots\cdots (2\text{-}4)
$$

ここで、$\beta = \dfrac{w_1^{(0)}}{c_1^{(0)} + c_2^{(0)}}$とする[16)]。

式（2-4）は次のように一般化できる。

$$
\begin{cases}
w_i\left[\sum_{i=1}^{n}(c_i+v_i)\beta_i^t\right] - \left(\sum_{i=1}^{n} w_i\right)\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\dfrac{1}{\beta_j^t} + v_1\dfrac{1}{\lambda^t}\right)\beta_i^t\beta^t = 0 \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n) \\
\sum_{i=1}^{n} w_i\beta_i^t - \sum_{i=1}^{n} w_i\beta^t = 0 \\
\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\beta_j^t - \sum_{i=1}^{n} \overset{c}{\mathrm{I}}_i\beta_i^{t-1} = 0
\end{cases}
\qquad \cdots\cdots (2\text{-}5)
$$

ここで、$\overset{c}{\mathrm{I}}_i$は第$i$部門の生産財余剰であり、生産財投資の限界となる。

むすびに代えて

転形問題の研究における従来の諸見解は、方法論的立場の違いにもかかわらず、静学的転形問題と動学転形問題とを混同したという点では共通していた[17]。小論は、動学的転形は生産価格の形成過程であるが、静学的転形は動学的転形完成後の当年の生産価格と価値との関係であることを解明した。こうしてみれば、1907年にボルトキェヴィッチの提起した転形問題は、転形の形成過程が完成した後の静学的転形問題であり[18]、1950年代後半にミークなどが注目した転形の歴史的な過程は、動学的転形問題であることが分かる。

動学的転形モデルを導出するために、小論はマルクスの両大部門の再生産表式を正確にモデル化し、さらに多部門への一般化を行った。そのうえで、生産価格は市場価値の形を通して形成されるという考え方に基づいて、動学的転形モデルを提示した。

ともあれ、小論は、再生産均衡条件の正確な表示法から動学的転形モデルの試みまで、動学的転形問題研究を進めてきた。

小論を通じて明らかになった点は、およそ次のとおりである。

① 従来のマルクスの再生産均衡条件は t 年目と $t+1$ 年目との関係において表現が曖昧である。小論は、差分方程式の手法を用いて再生産均衡条件を厳密に表示し、またその実質を解明したうえで、両大部門の再生産均衡条件を多部門に一般化している。

② マルクスの再生産表式において、調整機能は不可欠の過程である。この調整過程がなければ、特に「総生産物に関して効力を現す価値の法則」は機能しえない。小論では、表式の調整機能を考慮し、森嶋通夫のモデルに欠けていた成長要素を導入して、マルクスの本意を反映しうる経済成長モデルを提示している。なお、調整者を第Ⅱ部門に限ることは、マルクスの数学的手順の欠如問題だけで、実際にはモデル内で両部門を調整することが可能であると指摘している。

③ 生産構造のアンバランスにより、「総生産物に関して効力を現す価値の法則」の作用として、価値からの市場価値の偏倚が生ずる。この偏倚はちょうど平均利潤率が達成される状態になったとき、生産価格が形成される。この意味において生産価格は市場価値の特殊ケースである。動学的転形は、価値から生産価格への形成過程として、市場価値の価値からの乖離過程を通じて描くことができると考えられる。このような考え方を念頭に置き、小論は動学的転形モデルを提示しており、その解法も検討している。

小論では、動学的転形の一般モデルを提示しているが、平均利潤率が形成された後、経済成長はどう行われるのかについて明らかにするには至らなかった。また、小論も動学的転形モデルの収束条件などに触れなかった。これらの点は、今後の研究課題としたい。

謝辞

査読者から貴重なコメントをいただいた。ここに厚く感謝を申し上げたい。

注

1）著者［2000, 2001, 2002］参照。

2）ミーク［1956］（邦訳 伊藤誠他［1978]）参照。

3）シートン［1957］（邦訳 伊藤誠他［1978］）参照。

4）$k_1 = k_2$と想定したような研究も見られるが、不自然だと思っている。置塩信雄他［1988］p.94参照。

5）式（1-5）は

$$v_1^{(t+1)}+(1-\alpha_1)m_1^{(t)} = v_1^{(t-1)}-(m_1^{(t)}-\Delta v_1^{(t)}-\Delta c_1^{(t)})$$
$$= (v_1^{(t)}+c_1^{(t)}+m_1^{(t)})-c_1^{(t+1)} = w_1^{(t)}-c_1^{(t+1)}$$

により導出されたものである。

実に、式（1-5）は森嶋モデルの第1の方程式と等値である。森嶋［1973］（邦訳 高須［1974］）p.150参照。

6）マルクスの再生産均衡条件は当期と前期の関係を表すことに特徴があるため、この式を次のように変形することができる。

$$\sum_{i=1}^{n}\left[c_i^{(t+1)}+v_i^{(t+1)}+(1-\alpha_i)m_i^{(t+1)}\right] = \sum_{i=1}^{n} w_i^{(t)}$$

7）W. Krelle［1971］、石［1988］、著者［1995］参照。

8）$\beta_1 = 1+\dfrac{e\alpha_1}{1+k_1}$、$h_i = 1+\dfrac{1+e}{1+k_i}$とすると、式（1-16）は

$$\begin{bmatrix} w_1^{(t+1)} \\ w_2^{(t+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ h_2(1-\dfrac{\beta_1}{h_1}) & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1^{(t)} \\ w_2^{(t)} \end{bmatrix}$$

に書き直すことができる。このモデルは安定に収束することは明白である。というのは、

$$A = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ h_2(1-\dfrac{\beta_1}{h_1}) & 0 \end{bmatrix}$$

とすると、

$$A'' = \begin{bmatrix} \beta_1^n & 0 \\ \beta_1^{n-1}h_2(1-\dfrac{\beta_1}{h_1}) & 0 \end{bmatrix} = \beta_1^{n-1}\begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ h_2(1-\dfrac{\beta_1}{h_1}) & 0 \end{bmatrix} = \beta_1^{n-1}A$$

となるからである。こうしてみれば、マルクスの経済成長モデルは、初期年のw_1（さらにいうと第I部門の不変資本c_1である）により生成された（Generating）ものといえる（この点について、1999年に当時、岡山大学経済学部教授　藤本喬雄先生から貴重なアドバイスをいただいた。ここで謝意を表したい）。

森嶋通夫は「マルクスの経済において均斉成長への傾向が支配していることは明白であり、その傾向は･･･不均斉成長の状態も1年でわずか消失することからみて、･･･新古典派の経済学者たちの主張する収斂性よりもはるかに強いものである」と指摘したが（森嶋前掲 p.144）、彼はこの調整過程を不自然だと思って、マルクスの仮定（第I部門の蓄積率は不変に保たれ第II部門の蓄積率は調整されること）を、① 両部門の資本家は同じ貯蓄性向をもつ、② 彼らは両部門における投資機会に等しく関心をもつことに変更した。このようにして、彼は事実上マルクス表式の調整機能を取り消した。彼は、自分の仮定のもとで、「需要－供給方程式」に基づいて

$$\begin{cases} y_1(t) = c_1y_1(t)+c_2y_2(t)+c_1\Delta y_1(t)+c_2\Delta y_2(t) \\ y_2(t) = v_1y_1(t)+v_2y_2(t)+v_1\Delta y_1(t)+v_2\Delta y_2(t)+bs_1y_1(t)+bs_1y_2(t) \end{cases}$$

のように、マルクスの再生産表式を新たにモデル化した（マルクスの調整過程を排除すると、マルクスモデルといえない。森嶋モデルといおう）。その第1の方程式を本稿の記号で書き直すと、$w_1^{(t)} = c_1^{(t+1)}+c_2^{(t+1)}$となり、すなわち本稿の式（1-5）であった。しかし、彼の第2の方程式に第1の方程式をプラスすると、0＝0の結果になる。つまり、森嶋モデルにおける2つ

の方程式は独立ではなくて、実際に1つの方程式からなるものとなり、モデルは不完全であった。彼は、この不完全なモデルにより、マルクスの再生産過程が不安定であるという無意味な結論を導いた。

どうして森嶋通夫はマルクスの調整過程を捨てたのかというと、それは彼がこの調整過程を十分に理解していなかったからであろう。実に森嶋の仮定のもとでも、市場の状況が有利な場合、投資を増やしたり、逆に不利な場合、投資を減らしたりすることがよく起こるだろう。ここでマルクスの不自然さといえば、調整者を第Ⅱ部門に限ることだけである。本稿の式 (2-2) において、すでにこの問題点を解決して両部門調整を導入している。

森嶋モデルの行列表現を見ると、彼はマルクスの2大部門表式を正しく産業連関表のように描写できなかったようである。マルクスの表式を正確に産業連関表の形式で反映したのはサムエルソンだけであった (Samuelson 1957 参照)。

成長率 $g_i = \dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}$ $(i=1,\ 2)$ かつ $k_1 \neq k_2$ となるので、平均利潤率が実現する（剰余価値率 $e_1 \neq e_2$ になることも意味する）まで、均衡成長（両部門の成長率が同じこと）と森嶋仮定とは明らかに両立不可である。なお、マルクスの表式から、均衡蓄積率を求めることができる。

さらに、式 (1-16) のもとで、均衡利潤率が形成できないことが、森嶋も分かっているが、解決策を考えなかった。また、森嶋は、マルクスの再生産過程において資本家らの投資活動は自身の部門内に限定されることに関して、解決を図ろうとしたが、事実上部門間投資の機能をモデルに導入することができなかった。

9）森嶋通夫は、歴史的転形を否定している (Morishima 1978 Chapter7 参照)。彼は、マルコフ過程を通じた転形モデルには、$P_t = P_{t-1}(1+\pi)M$ のような反復過程が入っているが、成長と関係はないため、歴史的転形の模擬にならない。また、森嶋はシートンの考え方を受け入れ労働力を独立変数としなかったので、マルクスの価値構造を失って、岐路に入った (Morishima 1973 Chapter 7, Morishima 1978 Chapter6 参照)。

10）森嶋通夫もこの調整機能に気づいたが、マルクスの「即席の解決策」として強く批判した。本稿の注8）参照。

11）式 (2-1) において、第Ⅰ部門のデータ（マルクスのデータそのまま）であり、第Ⅱ部門のデータは、(A)、(B) および (C) の3つのパターンに分けられている。

3つのパターンは次のように仮定している。(A) はマルクスの元々のデータで、第Ⅱ部門の生産過剰としている。(B) および (C) は第Ⅱ部門の置き換えデータであるが、(B) は第Ⅱ部門の生産不足とし、(C) だけは両部門の生産均衡とする。なお、(C) は読みやすくなるため四捨五入をした。実際のデータは以下のとおりである。

$$1454.\dot{5}\dot{4} + 727.\dot{2}\dot{7} = 2909.\dot{0}\dot{9}$$

12）『資本論』第Ⅲ巻大月書店 1983 年 p.820

13）$\beta = 1+\dfrac{e\alpha}{1+k}$ であるため、外生変数としては実に社会の蓄積率 α だけとなる。

14）その解法については、$\theta_i = c_i + v_i$、$x = \left(\dfrac{\beta_2}{\beta_1}\right)^t$ とすれば、第2の方程式から容易に $x = \dfrac{\theta_1 w_2}{\theta_2 w_1}$ を得る。さらに $y = \dfrac{1}{\beta_1}$ とし、第3の方程式に代入すると、$y = \dfrac{1}{w_1}\left(c_1 + \dfrac{\theta_1 w_2}{\theta_2 w_1} c_2\right)$ が求まる。x と y の解を第1の方程式に代入すると、

$$t=\frac{\ln\left(w_1+c_1+\dfrac{\theta_1 w_2}{\theta_2 w_1}c_2\right)}{\ln\left[\dfrac{w_1^2}{(c_1+c_2)\left(c_1+\dfrac{\theta_1 w_2}{\theta_2 w_1}c_2\right)}\right]}$$

を得る。

15) 2大部門の動学的転形モデル式（2-2）は、以下のように多部門に一般化することができる。

$$\begin{cases} \beta^t \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n \left(1+\dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}\right)^t w_i = 0 \\ \dfrac{\beta^t w_i}{\left(1+\dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}\right)^t (c_i+v_i)} = 1+r \ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \\ \sum_{i=1}^n \dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}\left(1+\dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}\right)^t (c_i+v_i) - \sum_{i=1}^n \left(1+\dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}\right)^t \alpha_i m_i = 0 \end{cases}$$

その解法について、以下のような方程式

$$\sum_{i=1}^n a_i^y = b$$

を解く必要がある。ここで、y は未知数であり、a_i（$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$）と b は任意の実数である。

具体的にいえば、$\beta_i=1+\dfrac{e\alpha_i}{1+k_i}$, $\theta_i=c_i+v_i$, $x_i=\left(\dfrac{\beta_i}{\beta}\right)^t$ とすると、$\sum_{i=1}^n \beta_i^t \alpha_i m_i = \beta^t \alpha \sum_{i=1}^n m_i$ のことを考慮して、式（2-4）を次のように書き直すことができる。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n x_i w_i = 0 \\ \dfrac{w_i}{x_i\theta_i} = r \ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \\ \sum_{i=1}^n (\beta_i-1)x_i\theta_i - \alpha \sum_{i=1}^n m_i = 0 \end{cases}$$

を得る。第1～n の方程式から、x_i の解が容易に得られる。x_i の解を μ_i で表す。よって、$\beta_i=\beta\mu_i^{\frac{1}{t}}$ となる。これらを第 $n+1$ の方程式に代入すると、

$$\sum_{i=1}^n \mu_i^{\frac{1}{t}}\mu_i\theta_i - \sum_{i=1}^n (\alpha m_i+\mu_i\theta_i) = 0$$

を得る。そこから、t の解が得られる。

16) $\beta=\dfrac{w_1^{(0)}}{c_1^{(0)}+c_2^{(0)}}$ のもとで、拡大再生産の1年目から、無調整で両部門は同じ成長率で均衡的に成長していくことになる。式（2-4）の解法について、$x^t=\dfrac{\beta_2^t}{\beta_1^t}$, $y^t=\dfrac{\beta_1^t}{\lambda^t}$, $z^t=\dfrac{\beta^t}{\beta_i^t}$ とすると

$$\begin{cases} [w_1v_2H_2-w_2(c_2v_1-c_1v_2)](x^t)^2+v_1H_2[w_1-w_2]x^t-w_2v_1H_1=0 \\ y^t=\dfrac{(w_2c_1-w_1c_2x^t)}{(w_1v_2x^t-w_2v_1)} \\ Wz^t-w_1-w_2x^t=0 \\ c_1+c_2x^t-w_1\beta_1^{-1}=0 \end{cases}$$

ここで、$H_i=c_i+v_i$、$W=w_1+w_2$ である。1番目の方程式から x^t の解を求めて、この解を3番目と4番目の方程式に代入して、z^t と β_1 の解を得る。$z^t=\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t}$ であるので、z^t と β_1 の解を

使って、$t=\dfrac{\ln(z^t)}{\ln(\dfrac{\beta}{\beta_1})}$ を得る。よって、容易にx, yの解、さらにβ_2の解を得る。

なお、調整過程をも次のように費用価格の生産価格化と一緒に式(2-2)に導入することができる。

$$\begin{cases} \dfrac{w_1\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t}\beta_1^t}{(c_1\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t}+v_1\dfrac{\beta^t}{\lambda^t})\beta_1^t}=\dfrac{w_1\beta_1^t+w_2\beta_2^t}{(c_1+v_1)\beta_1^t+(c_2+v_2)\beta_2^t} \\ \dfrac{w_2\dfrac{\mu\beta^{t-1}}{\beta_2^t}\beta_2^t}{(c_2\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t}+v_2\dfrac{\beta^t}{\lambda^t})\beta_2^t}=\dfrac{w_1\beta_1^t+w_2\beta_2^t}{(c_1+v_1)\beta_1^t+(c_2+v_2)\beta_2^t} \\ (w_1\dfrac{\beta^t}{\beta_1^t}\beta_1^t+w_2\dfrac{\mu\beta^{t-1}}{\beta_2^t}\beta_2^t-w_1\beta_1^t-w_2\beta_2^t=0 \\ c_1\beta_1^t+c_2\beta_2^t-w_1\beta_1^{t-1}=0 \end{cases}$$

ここで$\mu=\dfrac{w_1-\beta c_1}{c_2}$、$\beta$は内生変数に変わり、$\beta_1$は外生変数となる。

17) 特に、ボルトキェヴィッチをはじめ、再生産表式を通じて静学的転形問題の解決を図ることは根本的なミスであると考えられる。

18) 転形の形成過程の完成は、「資本主義的発展の一定の高さ」に達したことを意味する。

参考文献(年代順)

1. Bortkiewicz, L.v. 1998 "On the Correction of Marx's Fundamental Theoretical Construction in the Third Volume of Capital, July 1907." in *Karl Marx: Critical Responses*. edited by Roberto Marchionatti, Routledge.
2. Seton, F. 1957 "The Transformation Problem." *Review of Economic Studies*. 25.
3. Samuelson, P.A. 1957 "Wages and Interest: A Modern Dissection of Marxian Economic Models." *American Economic Review* 47.
4. 玉野井芳郎 編著 1962『マルクス価格理論の再検討』青木書店。
5. Samuelson, P.A. 1970 "The 'Transformation' from Marxian 'Values' to Competitive 'Price': A Process of Rejection and Replacement." *Proceeding of the National Academy of Sciences*. Vol.67, No.1, September, 423-425.
6. Samuelson, P.A. 1971 "Understanding the Marxian Nation of Exploitation: A Summary of the So-Called Transformation Problem Between Marxian Values and Competitive Price." *Journal of Economic Literature* 9-2, June, 1971, in his *CSP* Vol.3.
7. Krelle, W. 1971 "Marx as a Growth Theorist" *German Economic Review*, Vol.9 (2)
8. Michio Morishima(森嶋 通夫) 1973 *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*. Cambridge University Press.(=1974 高須賀義博訳『マルクスの経済学―価値と成長の二重の理論―』東洋経済新報社。)
9. Ronald L. Meek 1977 *Smith, Marx, & After: Ten Essays in the Development of Economic Thought* , London: Chapman & Hall, New York: Wiley.(=1980 時永淑訳『スミス, マルクスおよび現代』法政大学出版局。)
10. 置塩信雄 1977『マルクス経済学』筑摩書房。
11. 伊藤 誠他 編訳 1978『論争・転形問題』東京大学出版会。
12. Michio Morishima, George Catephores 1978 *Value, Exploitation and Growth: Marx in the Light of Modern Economic Theory*. McGraw-Hill.(=1980 高須賀義博、池尾和人訳『価値・搾取・成長:

現代の経済理論からみたマルクス」 創文社。)
13. 石垣 博美他 編訳 1982『転形論アンソロジー』法政大学出版会。
14. 置塩 信雄・鶴田 満彦・米田 康彦 1988『経済学』大月書店。
15. 石 景雲 1988「マルクスの社会再生産理論における成長公式」『中国社会科学』(中国・北京) 第2号。
16. 胡 代光他 1990『国外学者のマルクス「資本論」に関する研究への評論』中国経済出版社(中国・北京)。
17. 張 忠任 1995「マルクスの経済成長モデルの自動制御機能」『当代経済研究』(中国・長春) 第4号。
18. 平石 修 1996『価値と生産価格』秋桜社。
19. Foley, D. K. 1997 "Recent Developments in the Labor Theory of Value." This paper was prepared for fourth mini-conference on value theory at the Eastern Economics Association meetings in Washington, April 3-6, 1997.
20. 藤田 晋吾 1997「ボルトキェヴィッチの仕掛けた罠—転形問題論争史論 (1)—」『哲学・思想論集』第23号。
21. 藤田 晋吾 1998「スラッファの沈黙—転形問題論争史論 (2)—」『哲学・思想論集』第24号。
22. Thomas T. Sekine (関根 友彦) 1998「Marxian Theory of Value: An Unoist Approach」愛知学院大学産業研究所所報『地域分析』第37巻第2号、第38巻第1号。
23. 藤田 晋吾 1999「経済批判の意味—転形問題論争史論 (3)—」『哲学・思想論集』第25号。
24. 和田 豊 1999「欧米における転形問題論争の新局面—1990年代の研究を中心に—」『岡山大学経済学会雑誌』第30巻第3号。
25. 張 忠任 2000「転形問題の数学的完全解決—総計一致の2命題の両立するモデルを中心に—」経済理論学会第48回大会(高知大学 2000年10月)。
26. 張 忠任 2001「マルクスの経済成長モデルと動学的転形問題」経済理論学会第49回大会(駒澤大学 2001年10月)。
27. 張 忠任 2002「転形問題の最終的解決」『数量経済・技術経済研究』(中国・北京) Vol.18 No.2
28. 張 忠任 (ZHANG, Zhongren) 2002「Some Problems of the Static Direct Transformation」『総合政策論叢』Vol.3。

キーワード: 再生産表式　均衡条件　自動調整　生産価格　市場価値　価値法則
歴史的転形　差分方程式　成長要素　傾斜成長

(ZHANG Zhongren)